ملخصي وقواعدي في الرياضيات لمستوى الأولى باك علوم تجريبية

من انجاز : الأستاذ نجيب عثماني أستاذ مادة الرياضيات في الثانوي تأهيلي

ملخص درس الدوران

I. تعريف الدوران

لتكن Ω نقطة من المستوى الموجه و α عددا حقيقيا

الدوران الذي مركزه Ω زاويته α هو التحويل في المستوى الذي يربط كل نقطة M من المستوى بالنقطة M' المعرفة كالتالي

نرمز للدوران الذي مركزه Ω زاويته α بالرمز $r(\Omega;\alpha)$ أو r إذا لم يكن هناك التباس

$r(M)=M'$ تقرأ : M' هي صورة M بالدوران r

- إذا كان $M=\Omega$ فان $M'=\Omega$
- إذا كان $M\neq\Omega$ فان $\begin{cases}\Omega M=\Omega M' \\ \left(\overrightarrow{\Omega M},\overrightarrow{\Omega M'}\right)\equiv\alpha[2\pi]\end{cases}$

II. الدوران العكسي لدوران

تعريف : لتكن Ω نقطة من المستوى الموجه و α عددا حقيقيا الدوران $r(\Omega;-\alpha)$ الذي مركزه Ω زاويته $-\alpha$ يسمى الدوران العكسي للدوران $r(\Omega;\alpha)$ الذي مركزه Ω زاويته α

- الدوران العكسي لدوران r يرمز له بالرمز r^{-1}
- لكل نقطة M من المستوى لدينا :

$r(M)=M' \Leftrightarrow r^{-1}(M')=M$

III. خاصيات الدوران

1) الحفاظ على المسافة: إذا كانت A و B نقطتين من المستوى و A' و B' صورتي A و B على التوالي بدوران فان : $AB=A'B'$

نقول الدوران يحافظ على المسافة

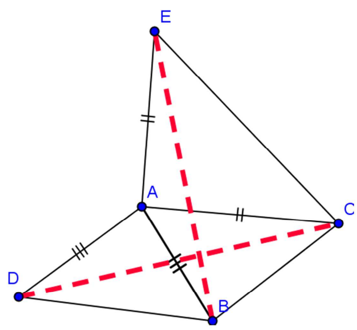
2)خاصية : ليكن r دورانا زاويته α. إذا كانت A' و B' صورتي نقطتين مختلفتين A و B على التوالي بالدوران r

فان : $\left(\overrightarrow{AB},\overrightarrow{A'B'}\right)\equiv\alpha[2\pi]$

ملحوظة: تمكننا هذه الخاصية من تحديد زاوية دوران انطلاقا من نقطتين مختلفتين وصورتيهما

مثال: ABC مثلثا ننشئ خارجه مثلثين ABD و ACE متساويي الساقين وقائمي الزاوية في A

1. بين أن : $BE=CD$
2. بين أن : $(BE)\perp(CD)$



الجواب:

نعتبر الدوران r الذي مركزه A وزاويته $\frac{\pi}{2}$

لدينا : $\begin{cases}AD=AB \\ \left(\overrightarrow{AD},\overrightarrow{AB}\right)\equiv\frac{\pi}{2}[2\pi]\end{cases}$

ومنه: $r(D)=B$ ❶ ولدينا: $\begin{cases}AC=AE \\ \left(\overrightarrow{AC},\overrightarrow{AE}\right)\equiv\frac{\pi}{2}[2\pi]\end{cases}$ ومنه : $r(C)=E$

❷

من ❶و❷ وبما أن الدوران يحافظ على المسافة فان : $BE=CD$

2) لدينا : $r(D)=B$ ❶ و $r(C)=E$ ❷ اذن :

$\left(\overrightarrow{CD},\overrightarrow{EB}\right)\equiv\frac{\pi}{2}$ وهذا يعني أن : $(BE)\perp(CD)$

3)خاصية : الحفاظ على قياس زاوية موجهة

لتكن A و B و C و D نقط من المستوى بحيث $A\neq B$ و $C\neq D$ و A' و B' و C' و D' صورها على التوالي بدوران لدينا :

$\left(\overrightarrow{AB},\overrightarrow{CD}\right)\equiv\left(\overrightarrow{A'B'},\overrightarrow{C'D'}\right)[2\pi]$

نقول الدوران يحافظ على قياس الزوايا

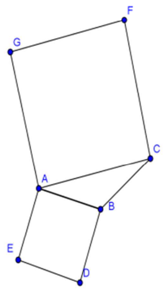
مثال: ABC مثلث بحيث القياس الرئيسي للزاوية الموجهة $\left(\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC}\right)$ موجب .

ننشئ خارج المثلث ABC المربعين $ABDE$ و $ACFG$

نعتبر الدوران r الذي مركزه A و زاوية $\frac{\pi}{2}$

1)حدد $r(E)$ و $r(C)$ 2)بين أن :

$\left(\overrightarrow{CA},\overrightarrow{CE}\right)\equiv\left(\overrightarrow{GA},\overrightarrow{GB}\right)[2\pi]$



1) لدينا : $\begin{cases}AE=AB \\ \left(\overrightarrow{AE},\overrightarrow{AB}\right)\equiv\frac{\pi}{2}[2\pi]\end{cases}$ ومنه : $r(E)=B$

❶

لدينا : $\begin{cases}AC=AG \\ \left(\overrightarrow{AC},\overrightarrow{AG}\right)\equiv\frac{\pi}{2}[2\pi]\end{cases}$ ومنه : $r(C)=G$

❷ولدينا: $r(A)=A$ ❸ لأن A مركز الدوران r :

2) من ❶و❷ و❸ وبما أن الدوران يحافظ على قياس الزوايا فان : $\left(\overrightarrow{CA},\overrightarrow{CE}\right)\equiv\left(\overrightarrow{GA},\overrightarrow{GB}\right)[2\pi]$

4)الحفاظ على المرجح: ليكن G مرجح النقطتين المتزنتين $(A;\alpha)$ و $(B;\beta)$ وإذا كانت A' و B' و G' صور A و B و G على التوالي بدوران r فان : G' هي مرجح النقطتين المتزنتين $(A';\alpha)$ و $(B';\beta)$

ملحوظة: يمكننا تعميم هذه الخاصية على مرجح ثلاث أو أربع نقط.

5)استنتاج : الحفاظ على المنتصف

ليكن I منتصف القطعة $[AB]$ إذا كانت A' و B' و I' صور A و B و I على التوالي بدوران فان : I' هي منتصف القطعة $[A'B']$

6)خاصية : الحفاظ على معامل استقامية متجهتين

لتكن A' و B' و C' صور A و B و C على التوالي بدوران

إذا كان : $\overrightarrow{AC}=k\overrightarrow{AB}$ حيث k عدد حقيقي فان : $\overrightarrow{A'C'}=k\overrightarrow{A'B'}$

IV. صور بعض الأشكال بدوران:

ليكن r دورانا و A و B و O و A' و B' و O' نقطا من المستوى بحيث : $r(A)=A'$ و $r(B)=B'$ و $r(O)=O'$

- صورة المستقيم (AB) بالدوران r هي المستقيم $(A'B')$
- صورة القطعة $[AB]$ بالدوران r هي المستقيم $[A'B']$
- صورة الدائرة $C(O;R)$ التي مركزها O وشعاعها R بالدوران r هي الدائرة $C'(O';R)$ التي مركزها O' وشعاعها R
- صورة نصف المستقيم $[AB)$ بالدوران r هي نصف المستقيم $[A'B')$
- صورتا مستقيمين متعامدين بالدوران r هما مستقيمان متعامدان
- صورتا مستقيمين متوازيين بالدوران r هما مستقيمان متوازيان
- إذا كانت نقطة M تنتمي إلى تقاطع مستقيمين (D) و (Δ) فان صورة M بالدوران r هي نقطة تقاطع صورتي المستقيمين (D) و (Δ) بالدوران r.

الأستاذ : عثماني نجيب